

Colle du 30/09 - Sujet 1
Bijections et trigonométrie

Question de cours.

1. Linéariser $\cos(a) \cos(b)$.
2. Démontrer la valeur de $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$.

Exercice 1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $\sin(2x) (\sqrt{2} - 2 \cos(x)) \leq 0$.

Exercice 2. Soit $f : x \mapsto x + \ln(x) + 2$.

1. Montrer que f définit une bijection sur son ensemble de définition.
2. Tracer le graphe de f^{-1} .
3. Déterminer le domaine de dérivabilité de f^{-1} et donner une expression de $(f^{-1})'(x)$ en fonction de $f^{-1}(x)$.

Colle du 30/09 - Sujet 2
Bijections et trigonométrie

Question de cours.

1. Dresser le tableau de variation de la fonction tangente sur $[0; 2\pi]$.
2. Montrer que la fonction cosinus est dérivable sur $\mathbb{R}$ à l'aide de limites usuelles.

Exercice 1. Soit $f : x \mapsto \frac{1}{\cos(x)}$.

1. Déterminer l'ensemble de définition de f .
2. Montrer que f définit une bijection de I dans J où I est un intervalle le plus grand possible contenant 0 l'on précisera.
3. Montrer que f^{-1} est dérivable et déterminer sa dérivée.

Colle du 30/09 - Sujet 3
Bijections et trigonométrie

Question de cours.

1. Définir l'image et l'image réciproque d'un ensemble.
2. Montrer que la fonction $f : x \mapsto \ln(x^2 - 1)$ définit une bijection de $]1; +\infty[$ dans $\mathbb{R}$ et préciser sa fonction réciproque.

Exercice 1. Soit $f : x \mapsto \frac{x}{1+x^2}$.

1. Étudier f .
2. Déterminer un voisinage de $+\infty$ le plus grand possible sur lequel f est bijective et déterminer alors f^{-1} .

Exercice 2. Déterminer l'ensemble des réels $x \in \mathbb{R}$ tels que $\sin(2x) = 3 \tan(x)$.

Exercice 3. Déterminer l'ensemble des réels $x \in \mathbb{R}$ tels que $\cos(4x) - 3 \cos(2x) = -2$.